

Л. С. Минин, Ю. П. Самсонов, В. Е. Хроматов

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ. РАСЧЕТНЫЕ И ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ СПО

Под редакцией **В. Е. Хроматова**

3-е издание, исправленное и дополненное

Рекомендовано Учебно–методическим отделом среднего профессионального образования в качестве учебного пособия для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования

Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru

Москва ■ Юрайт ■ 2018

УДК 539.3(075.32)

ББК 30.121я723

М61

Авторы:

Минин Леонид Сергеевич — работал доцентом кафедры динамики и прочности машин (ранее сопротивления материалов) Московского энергетического института (технического университета). Широко известен как автор ряда учебных пособий по сопротивлению материалов, рекомендованных Министерством образования при изучении соответствующих курсов, автор олимпиадных задач и тестовых заданий по сопротивлению материалов;

Самсонов Юрий Петрович — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин Института энергомашиностроения и механики Национального исследовательского университета «Московский энергетический институт»;

Хроматов Василий Ефимович — кандидат технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин Института энергомашиностроения и механики Национального исследовательского университета «Московский энергетический институт».

Рецензенты:

Светлицкий В. А. — заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, доктор технических наук, профессор Московского государственного технического университета имени Н. Э. Баумана;

Горшков А. Г. — заслуженный деятель науки Российской Федерации, доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного авиационного института.

Минин, Л. С.

М61 Сопротивление материалов. Расчетные и тестовые задания : учеб. пособие для СПО / Л. С. Минин, Ю. П. Самсонов В. Е. Хроматов, ; под ред. В. Е. Хроматова. — 3-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 213 с. — (Серия : Профессиональное образование).

ISBN 978-5-534-09291-2

В данном учебном пособии представлены типовые расчетные задания и решения задач, охватывающих основные разделы курса «Сопротивление материалов». В книге представлены задачи и расчетные схемы к ним, каждая из которых может быть предложена студентам для самостоятельного решения с использованием произвольного варианта числовых данных, а также даны примеры решения задач в системе MathCAD.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования и профессиональным требованиям.

Для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования.

УДК 539.3(075.32)

ББК 30.121я723



Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

© Минин Л. С., Самсонов Ю. П.,
Хроматов В. Е., 2008

© Минин Л. С., Самсонов Ю. П.,
Хроматов В. Е., 2017, с изменениями

© ООО «Издательство Юрайт», 2018

ISBN 978-5-534-09291-2

Оглавление

Предисловие	5
Глава 1. Расчетные задания по сопротивлению материалов	9
Задача № 1. Расчет ступенчатого стержня на растяжение при квазистатическом нагружении	9
Задача № 2. Определение монтажных и температурных напряжений в стержневых системах.....	14
Задача № 3. Расчет стержневых систем по предельному состоянию.....	19
Задача № 4. Кручение стержней кругового поперечного сечения	24
Задача № 5. Проектирование витых цилиндрических пружин растяжения-сжатия.....	29
Задача № 6. Изгиб статически определимой балки. Определение напряжений и перемещений.....	34
Задача № 7. Расчет плоской статически определимой рамы при силовом и температурном воздействии	40
Задача № 8. Изгиб статически неопределимых балок.....	45
Задача № 9. Сложные виды деформаций стержневых систем	49
Задача № 10. Устойчивость стержней.....	54
Задача № 11. Расчет несущей способности ферм	58
Задача № 12. Расчет балки на упругом основании.....	63
Задача № 13. Расчет составных тонкостенных оболочек по безмоментной теории.....	70
Задача № 14. Расчет осесимметрично нагруженных цилиндрических тел	74
Задача № 15. Расчет вращающегося вала на выносливость.....	78
Задача № 16. Изгибные колебания вращающегося вала с сосредоточенными массами	80
Глава 2. Решение задач сопротивления материалов в системе MathCAD	85
2.1. Решение задачи 1	85
2.2. Решение задачи 2	92
2.3. Решение задачи 3	95
2.4. Решение задачи 4	100
2.5. Решение задачи 5	104
2.6. Решение задачи 6	105
2.7. Решение задачи 7	109
2.8. Решение задачи 8	115
2.9. Решение задачи 9	119

2.10. Решение задачи 10.....	123
2.11. Решение задачи 11	125
2.12. Решение задачи 12	128
2.13. Решение задачи 13	134
2.14. Решение задачи 14	141
2.15. Решение задачи 15	144
2.16. Решение задачи 16.....	149
Глава 3. Задачи для самостоятельного решения в тестовой форме.....	157
3.1. Расчет ферм	157
3.2. Растяжение-сжатие статически определимых систем	158
3.3. Статически неопределимые системы при растяжении-сжатии	160
3.4. Кручение стержней кругового поперечного сечения	164
3.5. Расчет пружин	169
3.6. Геометрические характеристики сечений	171
3.7. Прочность балок при изгибе.....	173
3.8. Перемещения в балках при изгибе.....	174
3.9. Расчет статически определимых рам	177
3.10. Косой изгиб балок	178
3.11. Внецентренное растяжение-сжатие стержней.....	180
3.12. Прочность стержневых систем при сочетании изгиба с кручением.....	183
3.13. Устойчивость стержней.....	185
Приложение 1. Основные сведения по использованию системы MathCAD.....	188
Приложение 2. Основные расчетные формулы по сопротивлению материалов.....	197
Приложение 3. Справочные данные для расчетов на выносливость и устойчивость. Основные формулы по расчетам на выносливость.....	200
Приложение 4. Таблицы сортментов прокатных профилей	202
Использованная литература.....	209
Рекомендуемая литература	211
Новые издания по дисциплине «Сопротивление материалов» и смежным дисциплинам	212

Предисловие

Курс «Сопrotивление материалов» и родственные ему курсы технической и прикладной механики являются базовыми дисциплинами механического цикла при подготовке специалистов и представляют значительные трудности при их изучении студентами. Важное место в успешном усвоении курсов занимает решение задач по сопротивлению материалов, примеры которых приведены во многих учебниках [1, 4, 13—16]. Большое число задач по сопротивлению материалов и дисциплинам механики деформируемого твердого тела с примерами решения даны в пособиях [5, 7, 12]. В данном учебном пособии представлены типовые расчетные задания и решения задач, охватывающих основные разделы курса «Сопrotивление материалов». Пособие состоит из трех глав и приложений, содержащих справочные формулы и таблицы.

В первой главе пособия представлены 16 задач. К ним приведены 24 расчетные схемы, каждая из которых может быть предложена студентам для самостоятельного решения с использованием произвольного варианта числовых данных. В таблицах числовых данных указываются обозначения и размерности величин. Если в таблицах или на графиках приведен множитель типа 10^n , то это означает, что указанное в соответствующей графе таблицы значение необходимо умножить на этот множитель.

Задачи 1—3 посвящены расчету стержневых систем при растяжении-сжатии: определение продольных сил, напряжений и перемещений. Особенностью работы стержневых систем является их комбинированное нагружение — силовое и температурное.

В задачах 4 и 5 предлагается провести проектирование стержней кругового поперечного сечения при кручении и витых цилиндрических пружин растяжения-сжатия: определение размеров конструктивных элементов из условий прочности и жесткости.

Задачи 6 и 7 посвящены изучению изгиба балок и плоских рам: определению опорных реакций, построению эпюр внутренних силовых факторов, напряжений и перемещений. Перемещения при изгибе балок предлагается рассчитывать методом начальных параметров, которое имеет важное методическое значение в задачах сопротивления материалов и строительной механики [1,7], подчеркивает взаимосвязь задач механики и высшей математики. Для определения перемещений в рамках предполагается применение интеграла Максвелла — Мора

и его вычисление по формулам Симпсона численного интегрирования [7]. При решении задач 6—8 с использованием системы *MathCAD* построение эпюр перемещений и внутренних силовых факторов автоматизировано, так же как и вычисление перемещений и коэффициентов канонических уравнений метода сил.

Следует отметить, что в условиях задач 6—9 и в примерах решения этих задач во второй главе принята система координат, соответствующая учебным пособиям [4, 5, 7, 9, 14]: ось Oz — продольная ось, Ox , Oy — поперечные оси стержня. Изгибающий момент M_x считается положительным, если при изгибе сжаты верхние волокна поперечного сечения стержня.

В задаче 8 проводится расчет пространственной стержневой системы на кривой изгиб или сочетание изгиба с кручением (в зависимости от предложенной схемы). Если в результате расчета коэффициент запаса прочности оказывается меньше единицы, то необходимо дать рекомендации по конструктивному изменению параметров системы.

В задачах 10 и 11 приводятся примеры расчетов на устойчивость прямолинейных стержней и конструкций типа ферм. В задаче 10 сложные варианты закрепления стержня при потере устойчивости, вычисления гибкости стержня, проектирования сечений из условий равноустойчивости.

В задаче 12 проводится расчет на прочность балок на упругом основании с предварительным анализом выбора типа решения — краевого эффекта или через функции А. Н. Крылова по методу начальных параметров. Особое внимание следует обратить не только на постановку задачи, но и на построение решений для случая нескольких участков интегрирования и определение постоянных интегрирования из условий стыковки решений. Вычислительная работа по решению алгебраической системы уравнений и построение графиков проводятся в системе *MathCAD*.

Задача 13 посвящена расчету составных тонкостенных оболочек, включающих цилиндрические, конические и сферические части, нагруженные газовым и гидростатическим давлением. Решение проводится по безмоментной теории с использованием уравнений Лапласа и метода сечений.

При решении задачи 14 необходимо знать общее решение осесимметричной задачи теории упругости для перемещений и напряжений через постоянные интегрирования, которые необходимо определять для каждого случая нагружения цилиндрического тела. При рассмотрении одной из расчетных схем задачи 14 студент каждый раз должен решать краевую задачу с использованием формул, приведенных в приложении 2.

В задаче 15 производится расчет вращающегося вала на выносливость, а в задаче 16 для тех же расчетных схем проводится исследование изгибных колебаний вала с сосредоточенными массами (дисками). Если

программа курса не предусматривает изучение расчетов на выносливость, то в задаче 15 можно ограничиться статическим расчетом вала.

Во второй главе приводятся примеры решения в системе *MathCAD* всех задач первой главы. Уделяется большое внимание составлению уравнений механики. Вычисления автоматически производятся системой *MathCAD*. Так, при расчете статически неопределенных колебаний нет необходимости производить построение промежуточных эпюр для вычисления коэффициентов канонических уравнений; достаточно составить аналитические выражения для изгибающих моментов и обратиться к процедуре вычисления интегралов Максвелла — Мора.

В третьей главе изложены задачи для самостоятельного решения по всем разделам курса: растяжение-сжатие, кручение, изгиб, сложные виды деформаций, устойчивость стержней. Задачи представлены в тестовой форме и сопровождаются тремя ответами, один из которых правильный. При определении внутренних силовых факторов и перемещений при изгибе в зависимости от применяемых правил знаков ответы могут иметь разные знаки. Поэтому в приведенных вариантах ответов указывается модуль искомых величин. Большинство задач имеют оригинальный характер и развивают у учащегося неформальный взгляд на изучаемый курс. Ряд задач имеют качественный характер и не требуют проведения расчетов, развивают у учащихся интуитивные представления о работе конструкций. Задачи могут быть скомпонованы в блоки (тесты) [8] для проверки знаний учащихся по ряду разделов курса.

В приложении приведены основные сведения из математического обеспечения системы *MathCAD*, необходимые для решения задач данного пособия. Все основные формулы курса даны в табличной форме, что позволяет показать студентам основные блоки курса. При необходимости более глубокого знакомства с системой *MathCAD* или теоретическими сведениями курса следует обратиться к соответствующей литературе [2, 3, 5, 7].

Уровень сложности выделяемых заданий может регулироваться преподавателем включением всех или только части пунктов каждой задачи.

В результате изучения курса студент должен освоить:

трудовые действия

- владения основным физико-математическим аппаратом, необходимым для решения задач теоретической и прикладной механики;
- навыками работы со справочной литературой, нормативно-технической документацией;
- современными вычислительными и программными средствами, математическими пакетами, интернет-ресурсами;

необходимые умения

- составлять расчетные схемы реальных конструкций, определять внутренние силы сопротивления, напряжения и деформаций;

- выполнять расчеты на прочность, жесткость, устойчивость колебания, определять допустимые внешние нагрузки и производить проектирование (определение размеров) конструкций;
- анализировать результаты расчетов и давать рекомендации по оптимизации размеров и снижению расхода материалов;

необходимые знания

- основных понятий курса: прочность, жесткость, устойчивость элементов конструкций, упругие колебания;
- классификации элементов конструкций, внешних нагрузок, модели материалов;
- основных уравнений и расчетных формул для определения напряжений, перемещений, коэффициентов запаса прочности элементов конструкций.

Глава 1

РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Задача № 1. Расчет ступенчатого стержня на растяжение при квазистатическом нагружении

Стержень нагружен монотонно возрастающими силами P и kP , где k — заданный коэффициент.

1.1. Определить значение параметра P , при котором перекроется зазор δ . Для найденного значения параметра P построить эпюры продольной силы N_z , напряжений σ и осевых перемещений сечений стержня $u(z)$.

1.2. Определить продольные силы N_z и напряжения σ в сечениях стержня при последующем увеличении параметра силы P в два раза по отношению к значению P , при котором перекрылся зазор δ . Построить соответствующие эпюры N_z , σ , u .

1.3. Определить продольные силы N_z и напряжения σ в сечениях стержня при изменении температуры нагруженного стержня на ΔT . Построить соответствующие эпюры N_z , σ , u .

1.4. Определить суммарные усилия и напряжения от действия сил и температуры. Проверить прочность стержня.

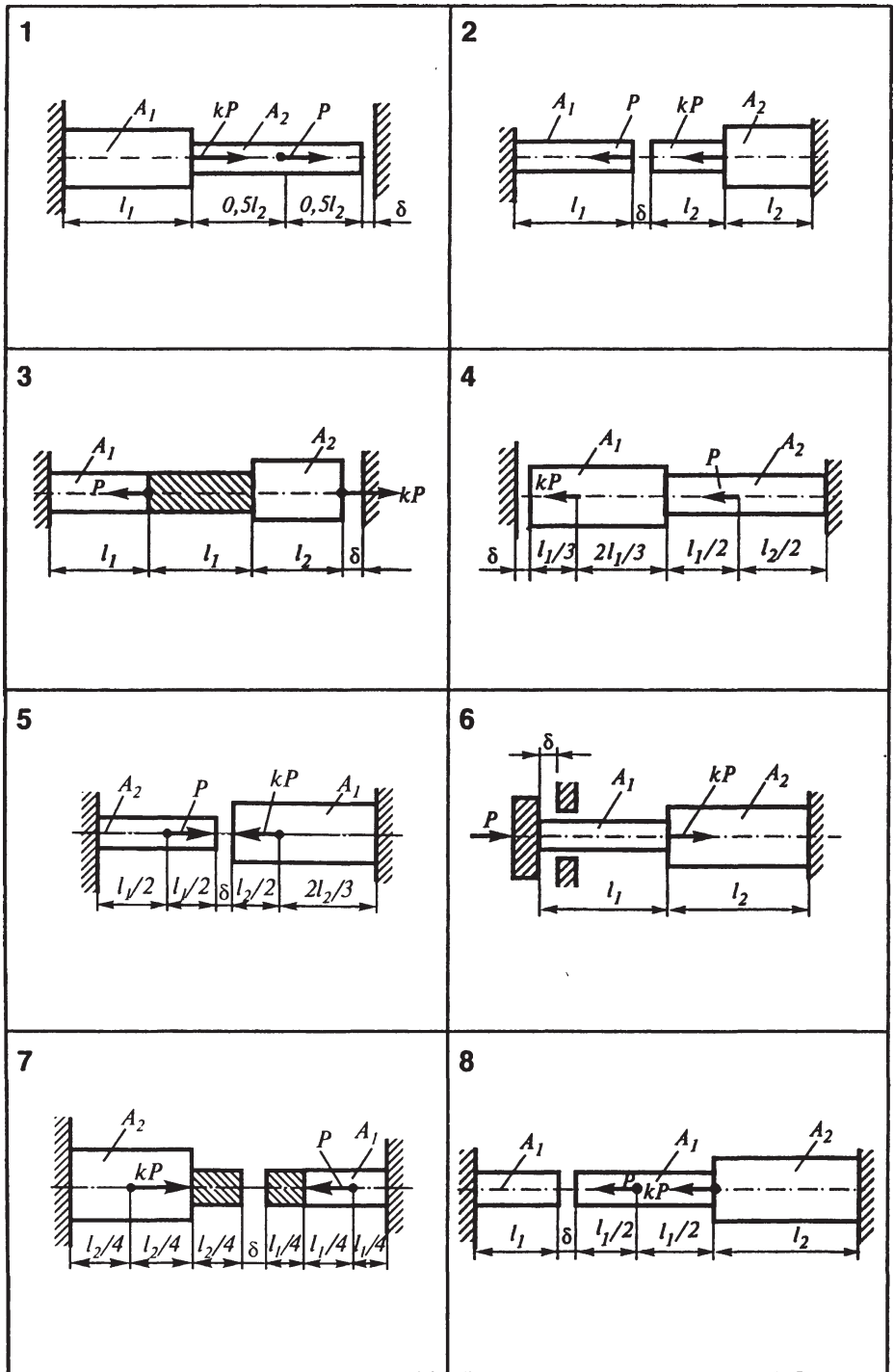
Указание. На схеме заштрихованная часть стержня абсолютно жесткая. Принять модуль продольной упругости материала стержня $E = 2 \times 10^{11}$ Па, коэффициент линейного удлинения $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$, $\sigma_{\text{пред}} = 200$ МПа.

Таблица 1.1

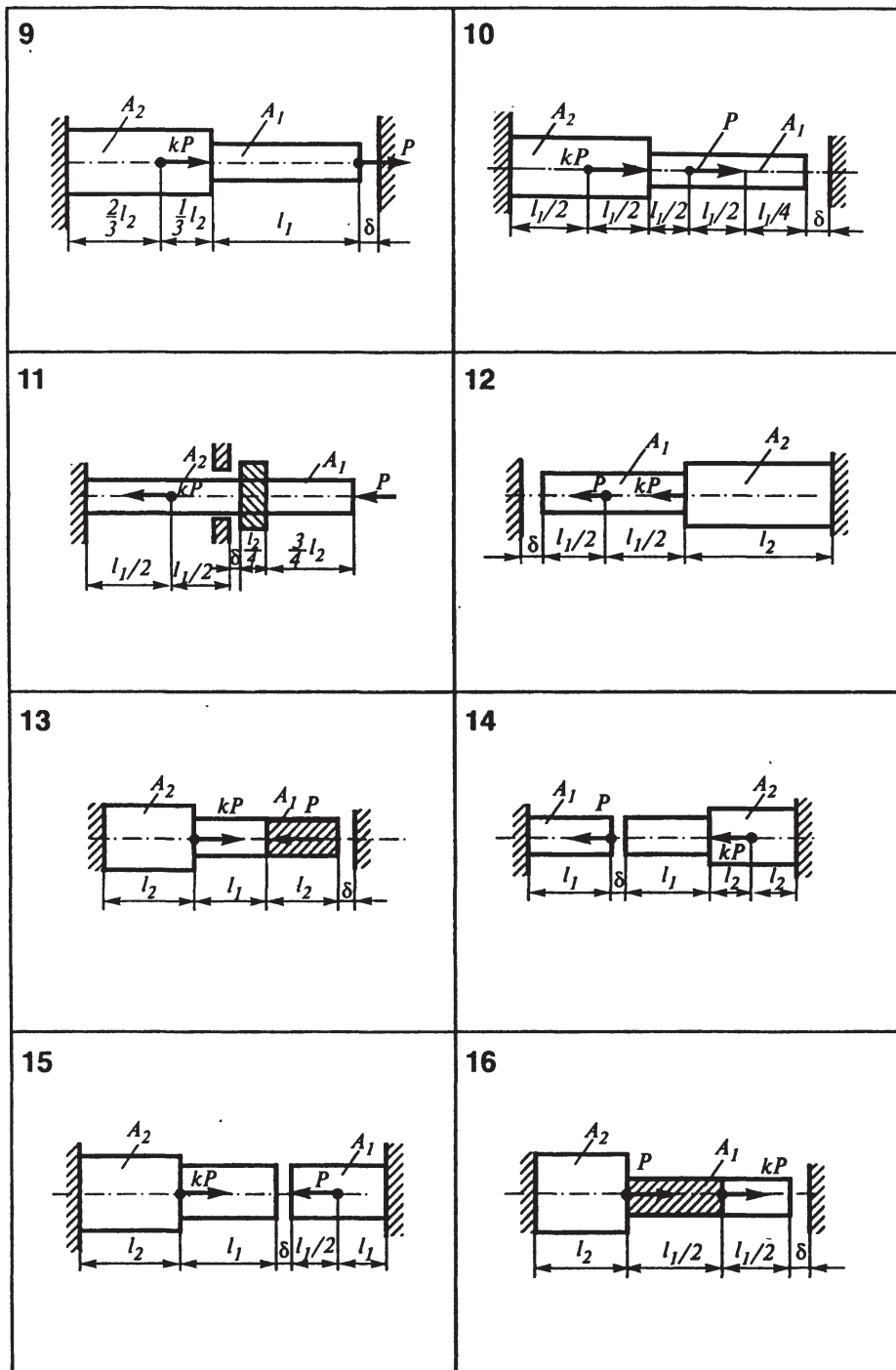
Номер варианта	l_1 , см	l_2 , см	A_1 см 2	A_2 , см 2	δ , см	ΔT , град	k
1	45	30	45	30	0,08	20	1,5
2	52	28	12	21	0,09	25	1,3
3	50	50	15	25	0,1	30	1,5
4	42	60	13	27	0,05	35	1,7
5	5	50	10	25	0,08	50	2,0

Окончание табл. 1.1

Номер варианта	l_1 , см	l_2 , см	A_1 см ²	A_2 , см ²	δ , см	ΔT , град	k
6	60	60	12	21	0,07	25	1,4
7	72	45	18	32	0,1	20	1,1
8	48	32	12	20	0,08	40	2,0
9	70	35	14	27	0,09	55	2,1
10	44	70	12	22	0,01	25	1,5
11	40	62	12	20	0,08	20	1,7
12	38	45	10	20	0,09	30	1,4
13	45	40	8	18	0,08	35	1,5
14	50	60	10	24	0,01	40	2,4
15	40	35	12	20	0,07	50	2,3
16	35	45	15	24	0,011	60	2,5
17	39	62	13	21	0,08	30	2,3
18	70	43	20	28	0,08	40	1,4
19	45	55	10	20	0,08	50	1,3
20	50	35	14	24	0,07	55	1,7
21	65	38	10	35	0,012	35	1,3
22	75	75	18	30	0,011	30	1,4
23	50	42	14	27	0,013	40	1,3
24	70	50	15	24	0,011	25	1,3

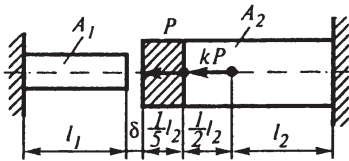


Схемы к задаче № 1

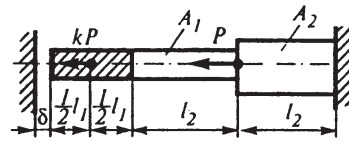


Схемы к задаче № 1

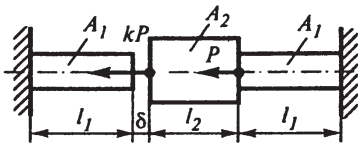
17



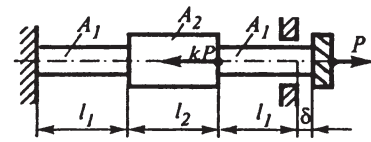
18



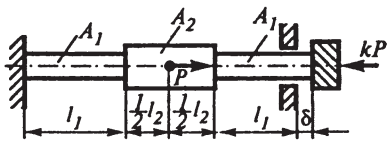
19



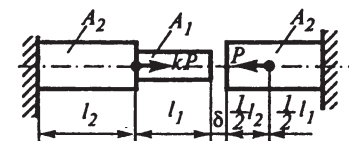
20



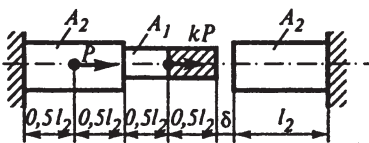
21



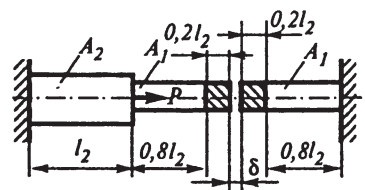
22



23



24



Схемы к задаче № 1

Задача № 2. Определение монтажных и температурных напряжений в стержневых системах

Система проводников кругового поперечного сечения диаметром d до сборки имеет начальный зазор δ .

2.1. Определить продольные силы и напряжения в стержнях проводников от монтажных усилий после их сборки.

2.2. Определить температурные усилия и напряжения в проводниках при температурном воздействии от проходящего тока после сборки системы.

2.3. Определить суммарные механические напряжения в стержнях от монтажных усилий и температурного воздействия, сделать вывод о прочности системы.

Таблица 2.1

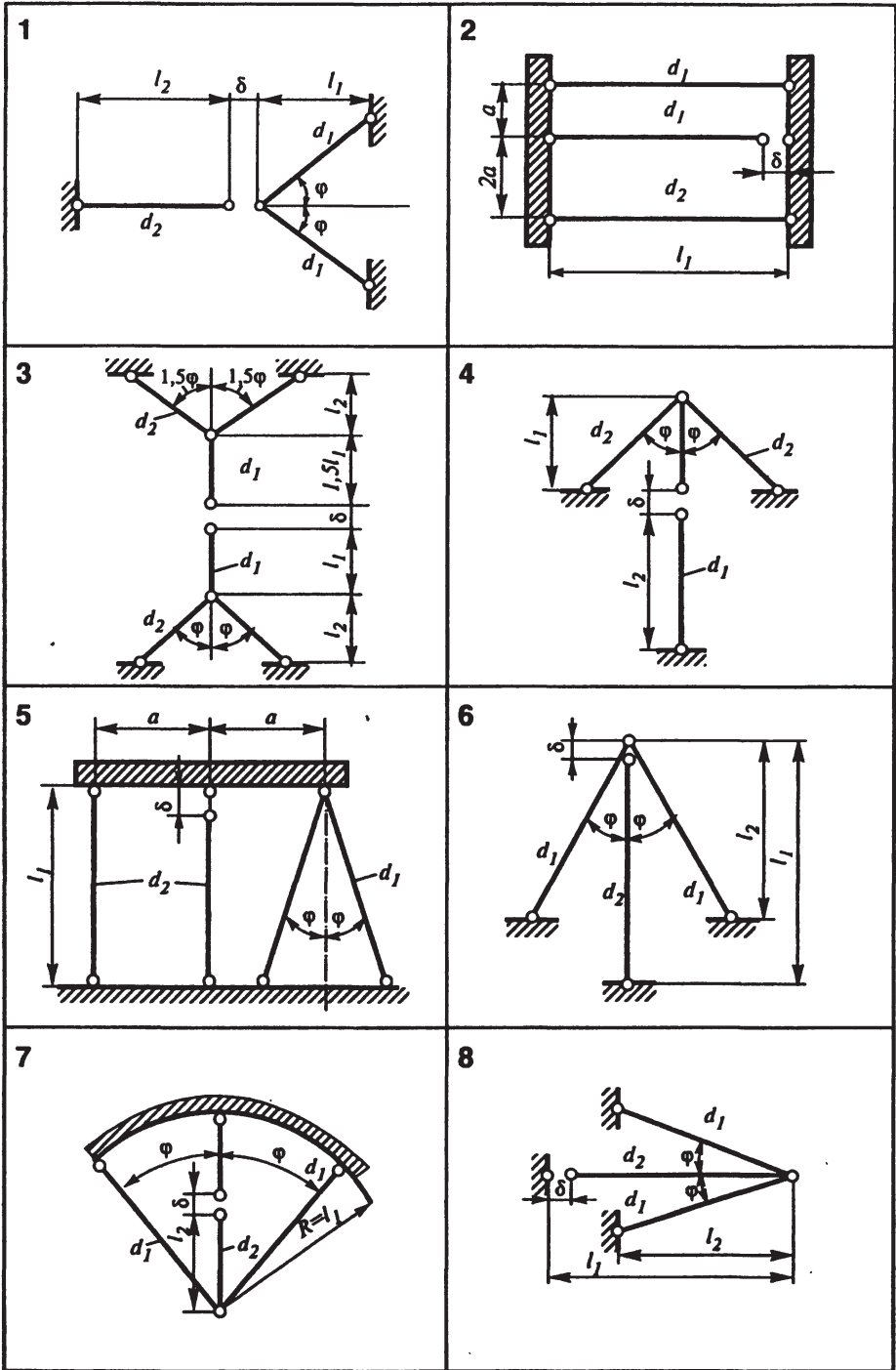
Номер варианта	Материал	$[\sigma]$, МПа	E , 10^5 МПа	α , 10^{-5} град $^{-1}$	ΔT , град
1, 2	Алюминий твёрдотянутый	100	0,71	2,2	26
3, 4	Бронза твёрдотянутая	120	1,1	1,56	15
5, 6	Бронза литая'	110	1,0	1,7	30
7, 8	Дюралюмин	100	2,7	2,4	35
9, 10	Железо	160	1,9	1,2	20
11, 12	Сталь	170	2,1	1,1	50
13, 14	Латунь твёрдотянутая	140	1,0	1,9	30
15, 16	Медь твёрдотянутая	130	0,9	1,7	40
17, 18	Молибден	180	3,4	1,0	50
19, 20	Никель	170	2,0	1,0	25
21, 22	Сталь	180	2,0	1,2	45
23, 24	Серебро твёрдотянутое	90	0,74	1,0	15

Таблица 2.2

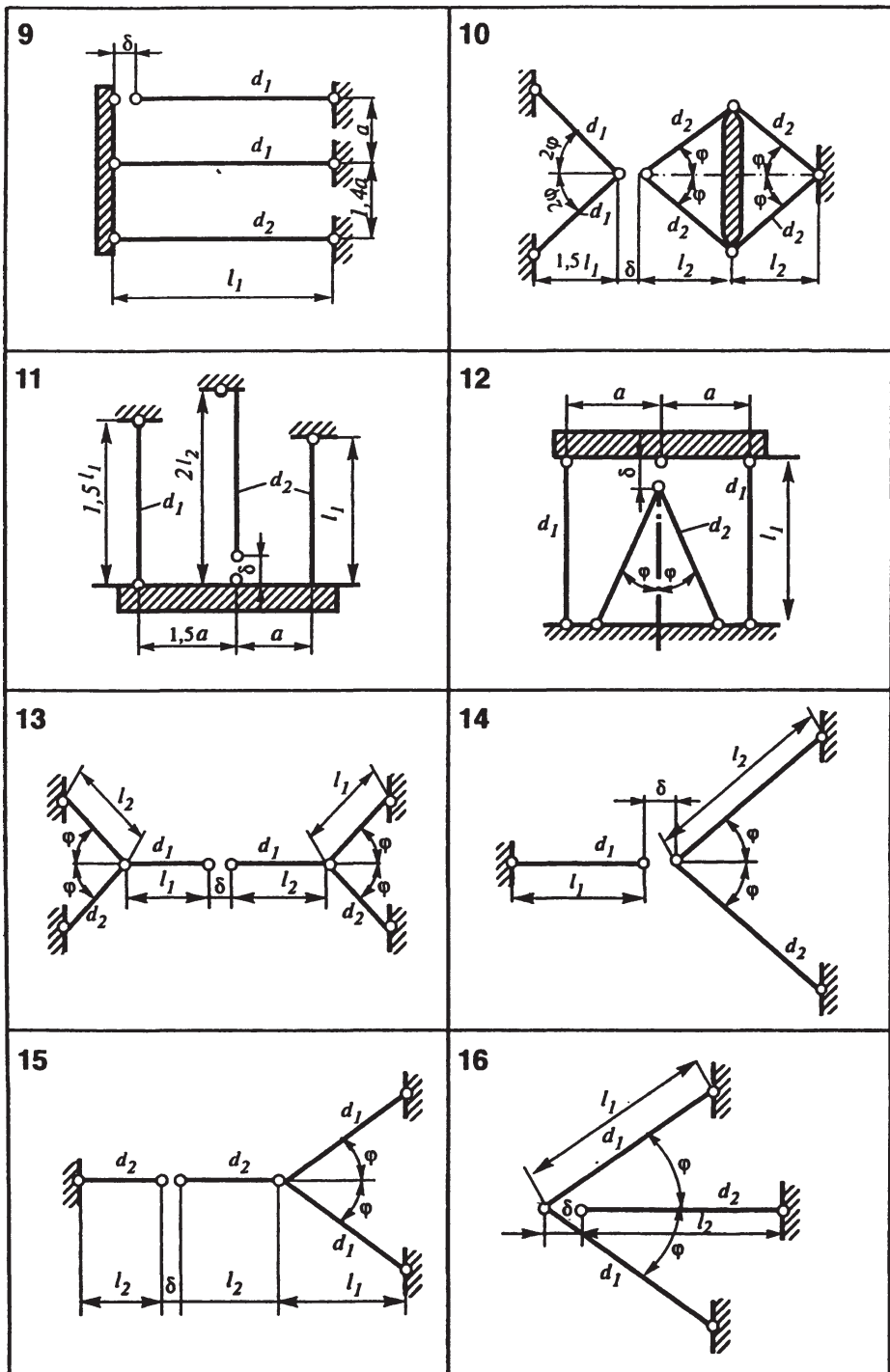
Номер варианта	l_1 , см	l_2 , см	d_1 , см	d_2 , см	δ , см	φ , град
1	250	170	0,9	0,8	0,15	35
2	340	270	1,2	0,7	0,12	42
3	170	130	1,0	0,6	0,11	45

Окончание табл. 2.2

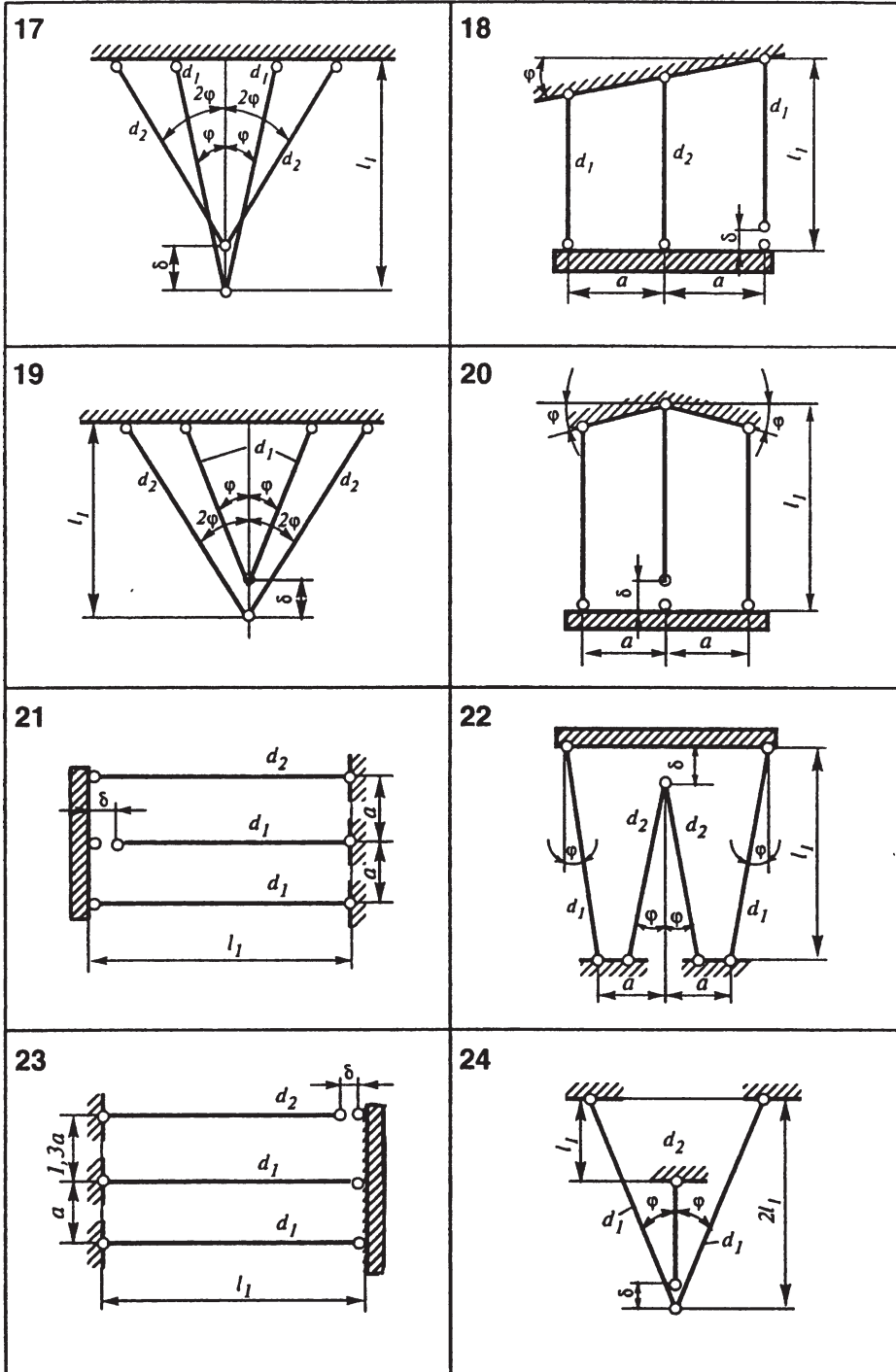
Номер варианта	l_1 , см	l_2 , см	d_1 , см	d_2 , см	δ , см	φ , град
4	130	120	1,4	1,2	0,2	27
5	220	85	1,1	0,9	0,17	40
6	130	70	1,1	0,85	0,16	20
7	165	90	0,7	0,6	0,21	15
8	210	80	0,8	0,8	0,19	21
9	220	110	0,9	0,7	0,17	28
10	130	65	0,4	0,5	0,13	36
11	200	125	0,6	0,5	0,14	35
12	125	80	0,4	0,6	0,15	30
13	100	75	0,6	0,45	0,09	35
14	180	120	1,1	0,8	0,16	20
15	110	120	1,0	0,7	0,24	15
16	190	80	0,9	0,7	0,19	50
17	210	80	1,1	0,8	0,16	20
18	210	80	1,1	0,8	0,16	30
19	185	80	0,6	0,5	0,17	30
20	165	60	0,6	0,45	0,14	40
21	170	100	0,7	0,6	0,18	20
22	140	120	0,8	0,6	0,13	25
23	160	60	0,7	0,5	0,22	15
24	150	75	0,9	0,5	0,17	20



Схемы к задаче № 2



Схемы к задаче № 2



Схемы к задаче № 2

Задача № 3. Расчет стержневых систем по предельному состоянию

Статически неопределимая стержневая система нагружается квазистатически и монотонно силой P . Материал всех стержней является идеальным упруго-пластическим с модулем упругости E и пределом текучести σ_k .

3.1. Найти усилия в стержнях, предполагая, что все стержни работают в упругой стадии.

3.2. Найти значение силы P_{1T} , при которой в одном из стержней впервые наступает текучесть.

3.3. Найти значение силы P_{2T} , при которой текучесть появляется во втором стержне.

3.4. Найти значение силы $P_{пр}$, соответствующей наступлению предельного состояния.

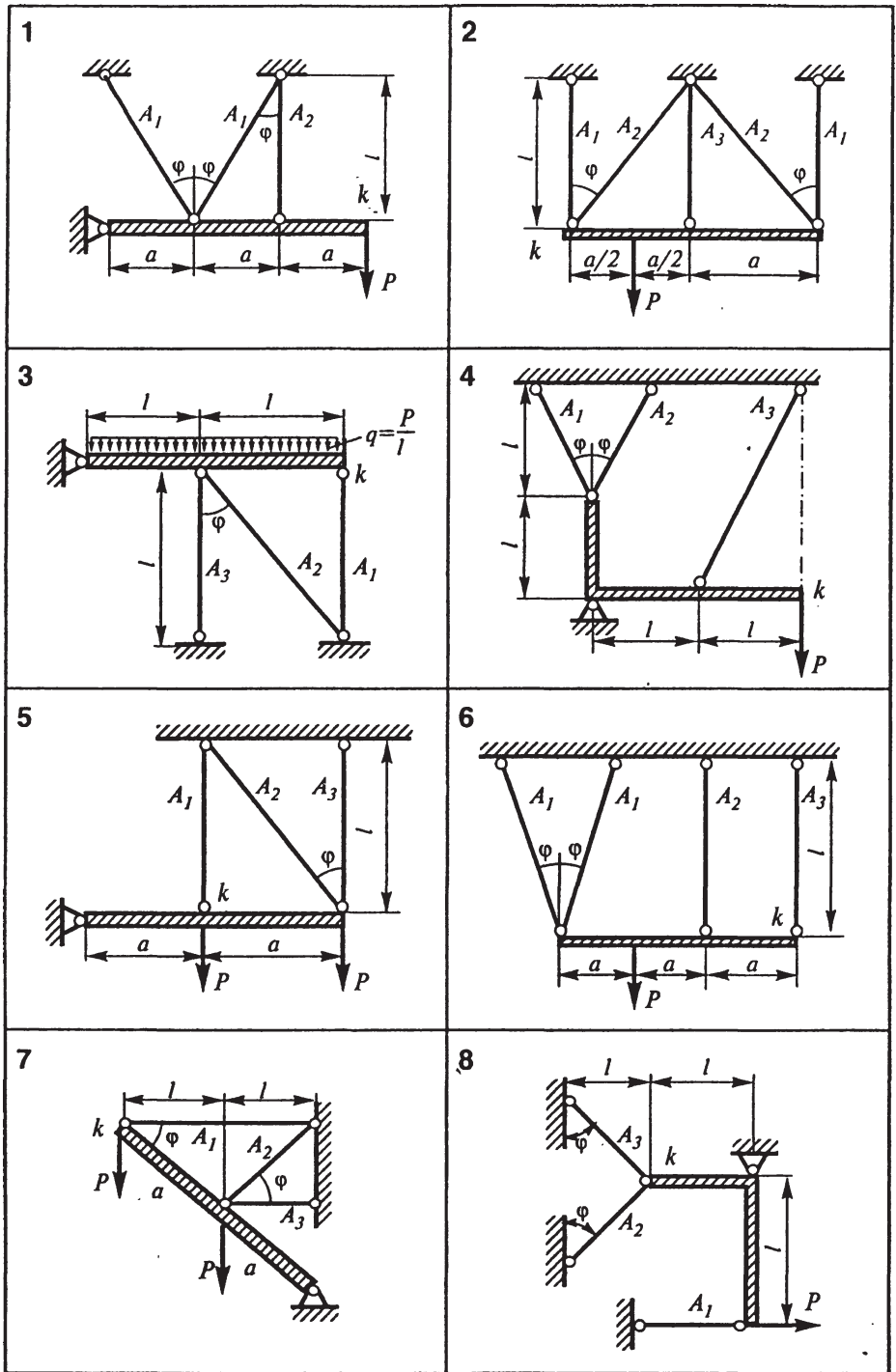
3.5. Построить график зависимости вертикального перемещения узла k от силы P .

Таблица 3.1

Номер варианта	l , м	A_1 , м ²	A_2 , м ²	A_3 , м ²	φ , град	E , 10 ⁵ МПа	σ_T , МПа
1	8	0,4	0,3	0,35	20	1,8	200
2	4	0,2	0,15	0,25	25	1,85	250
3	7	0,25	0,3	0,35	30	1,9	300
4	9	0,35	0,3	0,4	45	1,35	280
5	3	0,1	0,2	0,25	40	2,0	340
6	4	0,2	0,25	0,25	20	2,1	360
7	6	0,25	0,4	0,3	30	2,15	400
8	9	0,4	0,3	0,4	50	1,0	90
9	2	0,15	0,2	0,25	20	1,1	95
10	7	0,2	0,25	0,2	30	1,2	100
11	8	0,4	0,3	0,35	35	1,3	100
12	9	0,2	0,3	0,25	25	0,7	110
13	9	0,1	0,25	0,15	15	0,75	120
14	5	0,2	0,1	0,15	30	0,8	150
15	4	0,1	0,15	0,2	20	0,9	200
16	3	0,15	0,1	0,2	40	0,9	100
17	6	0,2	0,3	0,2	30	0,6	310
18	9	0,1	0,4	0,3	45	0,65	170
19	9	0,4	0,5	0,35	20	0,65	270

Окончание табл. 3.1

Номер варианта	l , м	A_1 , м ²	A_2 , м ²	A_3 , м ²	φ , град	E , 10 ⁵ МПа	$\sigma_{\text{г}}$, МПа
20	8	0,3	0,2	0,25	25	1,75	370
21	9	0,6	0,3	0,5	30	1,9	350
22	8	0,4	0,4	0,3	45	2,8	590
23	8	0,5	0,3	0,4	40	2,0	400
24	9	0,4	0,2	0,3	20	2,1	390



Схемы к задаче № 3