

# Оглавление

Пролог.....	7
<b>1</b> Притяжение на расстоянии .....	25
<b>2</b> Коллапс Солнечной туманности.....	53
<b>3</b> Непостоянная Луна.....	77
<b>4</b> Космос как часовой механизм.....	101
<b>5</b> Небесная полиция.....	129
<b>6</b> Планета, поглотившая своих детей.....	153
<b>7</b> Звезды Козимо Медичи.....	173
<b>8</b> Верхом на комете.....	189
<b>9</b> Хаос в космосе.....	209
<b>10</b> Межпланетная автострада.....	239
<b>11</b> Громадные огненные шары.....	261
<b>12</b> Великая небесная река.....	297

<b>13</b>	Чужие миры.....	319
<b>14</b>	Темные звезды.....	353
<b>15</b>	Клубки и войды.....	385
<b>16</b>	Космическое яйцо .....	411
<b>17</b>	Большое раздувание .....	429
<b>18</b>	Темная сторона.....	449
<b>19</b>	За пределами Вселенной.....	475
	Эпилог.....	505
	Единицы измерения и термины .....	513
	Библиография.....	519
	Источники иллюстраций.....	531
	Алфавитный указатель.....	533

# Пролог

«Проще простого, я сам это вычислил». Ответ, данный Исааком Ньютоном Эдмунду Галлею на вопрос о том, как из закона обратной квадратичной зависимости для силы притяжения следует, что орбита планеты представляет собой эллипс.

*Процитировано в книге «Великие математики»  
Герберта Уэстрена Тернбулла*

12 ноября 2014 года разумный инопланетянин, наблюдающий откуда-нибудь издалека Солнечную систему, стал бы свидетелем загадочного события. В течение нескольких месяцев до этого крохотный аппарат следовал за одной кометой на ее пути вокруг Солнца и был при этом пассивен и тих. Внезапно аппарат проснулся и выплюнул из себя еще более крохотный аппаратик. Тот опустился на угольно-черную поверхность ядра кометы, ударился об нее... и отскочил. Когда малыш наконец успокоился, оказалось, что он лежит на боку у самого подножия скалы.

Инопланетянин, поняв из происходящего, что посадка прошла не по запланированному сценарию, наверное,

не слишком бы впечатлился, но на самом деле инженеры, стоявшие за двумя аппаратами, добились беспрецедентного успеха — посадили космический зонд на ядро кометы. Аппарат покрупнее назывался Rosetta, поменьше — Philae, а комета называлась 67P или кометой Чурюмова — Герасименко, по именам первооткрывателей. Эта программа была реализована Европейским космическим агентством, причем только сам полет продолжался более 10 лет. Несмотря на «отскок» при посадке, Philae достиг большей части научных целей и отправил на Землю важнейшие данные. Rosetta продолжала действовать по программе.

Зачем садиться на комету? Кометы очень интересны сами по себе, и все, что нам удастся о них выяснить, станет полезным прибавлением в копилку фундаментальной науки. На более практическом уровне можно отметить, что иногда в своем движении кометы приближаются к Земле, а любое столкновение вызвало бы громадные разрушения, так что было бы благоразумно выяснить заранее, из чего они сделаны. Орбиту твердого тела можно изменить при помощи ракеты или ядерного заряда, но мягкое губчатое тело при этом может рассыпаться, только усугубив проблему. Однако существует и третья причина. Материал комет восходит ко временам формирования Солнечной системы, так что эти тела могут снабдить нас полезными сведениями о том, как возник окружающий нас мир.

Астрономы считают, что кометные ядра представляют собой «грязные снежки» — лед, покрытый тонким слоем пыли. Philae сумел подтвердить эту гипотезу для кометы 67P, прежде чем его батареи разрядились и аппарат замолчал. Если Земля сформировалась на своем нынешнем месте, на том же расстоянии от Солнца, то воды на ней больше, чем должно было бы быть. Откуда взялась лишняя вода?

Одна из привлекательных гипотез связана с бомбардировкой миллионами комет в период формирования Солнечной системы. Принесенный ими лед растаял, и родились океаны. Поразительно, но существует способ проверить эту теорию. Вода состоит из водорода и кислорода. Водород встречается в трех различных атомных формах, известных как изотопы; все они содержат одинаковое число протонов и электронов (по одному того и другого), но различаются по числу нейтронов. В обычном водороде нейтронов нет, в дейтерии он один, в тритии их два. Если океаны Земли обязаны своим возникновением кометам, то соотношение этих изотопов в океанах и в земной коре, породы которой тоже содержат в своем химическом составе большое количество воды, должно соответствовать их соотношению в кометах.

Анализ данных Philae показывает, что 67P имеет в своем составе (по сравнению с Землей) много большую



Ядро кометы 67P напоминает резинового утенка.  
Фотография КА Rosetta (ЕКА)

долю дейтерия. Конечно, для уверенности потребуются дополнительные данные с других комет, но уже сейчас кометная теория происхождения океанов начинает выглядеть шатко. Астероиды более подходящие кандидаты на эту роль.



Проект Rosetta лишь один пример того, как растут возможности человечества по отправке в космос автоматических аппаратов, предназначенных как для научных исследований, так и для повседневного использования. Эти новые технологии подстегивают наши научные амбиции. На сегодняшний день земные космические зонды посетили — и прислали нам оттуда фотографии — все планеты Солнечной системы и некоторые из менее крупных ее тел.

Процесс в этой области развивался стремительно. Американские астронавты высадились на Луне в 1969 году. Межпланетная станция Pioneer 10, запущенная в 1972-м, посетила Юпитер и продолжила свой путь за пределы Солнечной системы. Pioneer 11 был запущен следом за ним, в 1973 году, и прошел также вблизи Сатурна. В 1977 году Voyager 1 и Voyager 2 отправились исследовать эти миры и еще более отдаленные планеты Уран и Нептун. Другие межпланетные станции, запущенные разными странами или группами стран, посетили Меркурий, Венеру и Марс. Некоторые аппараты даже приземлялись на Венере и Марсе и отправляли домой ценную информацию. В 2015 году, когда я пишу эту книгу, пять орбитальных зондов\* и два

---

\* Mars Odyssey, MRO и MAVEN (США), Mars Express (ЕКА), Mars Orbiter Mission (Индия).

---

поверхностных аппарата\* исследуют Марс, Cassini находится на орбите вокруг Сатурна, станция Dawn обращается вокруг Цереры — бывшего астероида, не так давно произведенного в карликовые планеты, а станция New Horizons только что просвистела мимо Плутона и прислала нам поразительные снимки самой знаменитой карликовой планеты Солнечной системы. Данные этого аппарата помогут нам раскрыть тайны этого загадочного небесного тела и его пяти лун. Уже установлено, что Плутон чуть-чуть больше Эриды — самой дальней карликовой планеты, ранее считавшейся наиболее крупной из них. Плутон переклассифицировали в карликовую планету, чтобы не присваивать Эриде статуса полноценной планеты. А теперь мы обнаруживаем, что можно было не беспокоиться.

Кроме того, мы начинаем исследовать менее крупные, но не менее интересные тела: спутники планет, астероиды и кометы. Может быть, это еще не «Звездный путь», но последний фронтير постепенно приоткрывается.

Космические исследования — это фундаментальная наука, и хотя большинству из нас новые открытия, связанные с планетами, представляются очень интересными, есть люди, которые предпочли бы, чтобы уплаченные ими в казну налоги использовались с более приземленными целями. Если говорить о повседневной жизни, то наша способность создавать точные математические модели тел, взаимодействующих посредством гравитации, дала миру целый ряд технических чудес, работа которых основана на искусственных спутниках Земли: спутниковое телевидение, международная телефонная связь, метеорологические

---

\* Роверы NASA Opportunity и Curiosity. Ровер Spirit перестал функционировать в 2011 году.

спутники, спутники слежения за магнитными бурями на Солнце, спутники, ведущие постоянный мониторинг окружающей среды и картирование Земли — вплоть до автомобильных систем спутниковой навигации с использованием Глобальной навигационной системы GPS\*.



14 июля 2015 года космический аппарат NASA New Horizons («Новые горизонты») прислал на Землю эту историческую фотографию Плутона — первое изображение, на котором можно ясно разглядеть черты этой карликовой планеты

Предыдущим поколениям подобные достижения показались бы поразительными. Даже в 1930-е годы большинство людей было уверено, что человеку никогда не побывать на Луне. (И сегодня найдется немало довольно наивных поклонников теории заговора, считающих, что нога человеческая на Луну и не ступала, но давайте не будем затрагивать эту тему, а то вы меня не остановите.) Тогда шли горячие

---

\* И ее аналогов в России, Европе и Китае. — *Прим. ред.*



споры даже о принципиальной *возможности* космических полетов\*. Некоторые настаивали, что ракеты не будут работать в космосе, потому что «там не от чего отталкиваться», забывая о третьем законе движения Ньютона — о том, что каждое действие порождает равное по величине и противоположное по направлению противодействие\*\*.

Серьезные ученые упорно настаивали, что идея с ракетой ни за что не сработает, потому что, для того чтобы поднять ракету в воздух, нужно много топлива, затем нужно еще топливо, чтобы поднять топливо, затем еще топливо, чтобы поднять уже это... притом что еще на рисунке

---

\* «Эта глупая идея стрелять в Луну — пример того абсурда, до которого порочная специализация может довести ученых. Чтобы вырваться из земного притяжения, снаряду нужна скорость 7 миль в секунду. Тепловая энергия при такой скорости равна 15 180 калорий [на грамм]. Исходя из этого, такое предприятие представляется фундаментально невозможным» — Александр Бикертон, профессор химии, 1926 год.

«Я дерзну сказать, что путешествие на Луну силами человека не произойдет никогда, несмотря ни на какие научные достижения» — Ли де Форест, изобретатель электронной лампы, 1957 год.

«Нет никакой надежды реализовать фантастическую идею достичь Луны, потому что барьеры, связанные с необходимостью освобождения от притяжения Земли, непреодолимы» — Форест Моултон, астроном, 1932 год.

\*\* В редакционной статье 1920 года газета The New York Times писала: «Профессор Годдард... не знает отношения между действием и противодействием и не понимает необходимости иметь что-нибудь получше вакуума, от чего можно было бы оттолкнуться».

Третий закон Ньютона гласит, что каждому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие. Противодействие следует из закона сохранения импульса, и никакой среды, от которой нужно было бы отталкиваться, не требуется. Такая среда только затрудняла бы движение, а не способствовала ему. Справедливости ради отметим, что в 1969 году, когда астронавты Apollo 11 были уже на пути к Луне, газета принесла извинения за эту ошибку. На каждую публикацию найдется равное и противоположное опровержение.

в китайском манускрипте XIV века «Холунцин» («Описание огненного дракона») его автор Юй Цзяо изобразил огненного дракона, или многоступенчатую ракету. В этом китайском морском оружии при помощи сбрасываемых ускорителей запускалась верхняя ступень в форме головы дракона, заряженной огненными стрелами, которые выстреливались из нее через рот. Конрад Хаас произвел первый европейский эксперимент с многоступенчатыми ракетами в 1551 году. Пионеры ракетостроения XX века указывали, что первая ступень многоступенчатой ракеты сможет поднять вторую ступень вместе с ее топливом, если весь лишний вес уже отработанной первой ступени будет *отброшен*. Константин Циолковский опубликовал подробные и реалистичные расчеты на тему исследования Солнечной системы в 1911 году.

Итак, мы добрались до Луны, несмотря на все возражения скептиков, добрались при помощи тех самых идей, которые они даже не рассматривали из-за своей зашоренности. На данный момент мы исследовали только ближайшую к нам область пространства, совершенно незначительную по сравнению с неоглядными далями Вселенной. Мы все еще не высадились ни на одной планете, и даже ближайшие звезды пока представляются нам совершенно недостижимыми. При существующих технологиях потребовались бы сотни лет, чтобы туда добраться, даже если бы нам удалось построить надежный межзвездный корабль. Но мы уже начали свой путь.



Все эти достижения в освоении и использовании космоса обеспечены не только хитроумными техническими разработками, но и длинной серией научных открытий, которая тянется в прошлое по крайней мере на три тысячи лет

и восходит к древнему Вавилону. Центральное место среди этих достижений занимает математика. Конечно, инженерное дело тоже играет жизненно важную роль, и без открытий во многих других научных областях мы не смогли бы ни получить необходимые материалы, ни собрать из них работающий космический зонд, но я сосредоточусь на том, как математика способствует расширению наших знаний о Вселенной.

С древнейших времен история исследования космоса и история математики идут рука об руку. Без математики мы не смогли бы понять Солнце, Луну, планеты, звезды и огромное множество самых разных объектов, которые все вместе и образуют космос — Вселенную во всем ее величии. На протяжении тысяч лет математика является для нас самым эффективным средством понимания, записи и предсказания космических событий. Более того, в некоторых культурах, как, например, в Древней Индии около 500 года нашей эры, математика считалась подразделом астрономии. И наоборот, астрономические явления уже более трех тысяч лет влияют на развитие математики, вдохновляя ученых на все — от предсказания затмений в древнем Вавилоне до дифференциального исчисления, теории хаоса и кривизны пространства-времени.

Первоначальной основной астрономической задачей математики была запись наблюдений и проведение полезных вычислений, связанных с такими явлениями, как солнечные затмения, когда Луна на время закрывает Солнце, или лунные затмения, когда Луна на время заходит в тень Земли. Размышляя о геометрии Солнечной системы, пионеры астрономии догадались, что Земля обращается вокруг Солнца, хотя для земного наблюдателя все выглядит наоборот. Древние сумели также соединить наблюдения

с геометрией с целью оценить размер Земли и расстояния до Луны и до Солнца.

Более глубокие астрономические выводы начали появляться около 1600 года, когда Иоганн Кеплер открыл в орбитах планет три математические закономерности — три «закона». В 1679 году Исаак Ньютон заново интерпретировал законы Кеплера и сформулировал грандиозную теорию, описывающую не только движение планет Солнечной системы, но и движение *любой* системы небесных тел. Это была теория всемирного тяготения Ньютона — одно из центральных открытий, изложенных в его эпохальном трактате «Математические начала натуральной философии» (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*). Закон всемирного тяготения описывает, как каждое тело во Вселенной притягивает любое другое тело.

Совместив теорию тяготения с другими математическими законами о движении тел, исследовать которые начал Галилей столетием раньше, Ньютон смог объяснить и предсказать множество небесных явлений. В более общем плане: он изменил наши представления о природном мире и произвел научную революцию, которая продолжает прокладывать нам путь и сегодня. Ньютон показал, что природные явления (часто) управляются математическими закономерностями и что, разобравшись в этих закономерностях, мы сможем лучше понять природу. Во времена Ньютона математические законы объясняли происходящее в небесах, но не имели сколько-нибудь существенных практических применений, за исключением, пожалуй, навигации.



Все изменилось, когда в 1957 году СССР запустил на низкую околоземную орбиту первый спутник, дав тем самым

стартовый сигнал и положив начало космической гонке. Если вы смотрите футбол по спутниковому телевидению, или оперу, или комедии, или научно-популярные фильмы, то вы пожинаете реальные плоды Ньютоновых озарений.

Первоначально успехи Ньютона привели к тому, что ученые начали рассматривать Вселенную как часовой механизм, в котором все тела волшебным образом следуют по путям, проложенным для них на заре творения. Считалось, к примеру, что Солнечная система была создана практически в нынешнем своем состоянии и с самого начала времен те же планеты двигались по тем же почти круговым орбитам. Правда, все немного колебалось; прогресс в измерениях периода по астрономическим наблюдениям говорил об этом совершенно ясно. При этом бытовало мнение, что ничего никогда не менялось сколько-нибудь значительно, не меняется и меняться не будет во веки веков. В европейской религии представлялось немислимым, что самое совершенное творение Бога — Вселенная — в прошлом могло быть иным. Такое механистическое представление о регулярном и предсказуемом космосе господствовало на протяжении трех сотен лет.

Но теперь оно уже ушло в прошлое. Недавние достижения в математике, такие как теория хаоса, в сочетании с мощными современными компьютерами, способными щелкать нужные числа с беспрецедентной скоростью, как орешки, сильно изменили наши представления о космосе. «Часовая» модель Солнечной системы по-прежнему применима на коротких промежутках времени, а в астрономии и миллион лет обычно считается коротким промежутком. Но зато теперь выяснилось, что наше космическое хозяйство — это место, где миры и прежде мигрировали с одной орбиты на другую и впредь будут этим заниматься. Да,

встречаются очень долгие периоды спокойного поведения, но время от времени они сменяются взрывами бешеной активности. Непреложные законы, породившие в свое время представление о часовом механизме Вселенной, способны вызывать и внезапные перемены, и в высшей степени эксцентричное поведение небесных тел.

Сценарии, которые сегодня рассматривают астрономы, часто весьма драматичны. В период формирования Солнечной системы, к примеру, целые миры сталкивались между собой с апокалиптическими последствиями. Когда-нибудь, в отдаленном будущем, это, вероятно, произойдет снова: существует небольшой шанс на то, что одна из двух планет — или Меркурий, или Венера — обречена, но мы не знаем, какая именно. Возможно, они обречены обе, а быть может, они могут и нас прихватить с собой. Одно такое столкновение, вероятно, привело к возникновению Луны. Звучит как сюжет из научной фантастики, правда? Так и есть... Но это фантастика наилучшего сорта, «твердая» научная фантастика, где за пределы современной науки, как правило, выходит только фантастическая идея, которая и дает толчок развитию сюжета. Помимо этого, нет никакой фантастической идеи, а есть только неожиданное математическое открытие.

Математика сформировала наши представления о космосе на всех масштабах, идет ли речь о происхождении и движении Луны, о движениях и форме планет и сопровождающих их спутников, о хитросплетениях астероидов, комет и объектов пояса Койпера или о тяжеловесном небесном танце всей Солнечной системы в целом. Математика подсказывает нам, как взаимодействие с Юпитером может выбросить астероид в направлении Марса, а оттуда — к Земле; почему кольца есть не только у Сатурна; как его кольца сформировались и почему ведут себя так, как ведут,

почему в них образуются косички, рябь и странные вращающиеся «спицы». Она показала также, как кольца планеты могут выплевывать из себя небольшие спутники-луны, по одному за раз.

Так часовой механизм уступил место фейерверку.



С космической точки зрения наша Солнечная система всего лишь незначительная горстка камней — одна из многих квадриллионов таких же. Если рассматривать Вселенную на большем масштабе, то окажется, что математика играет в ней еще более важную роль. Эксперименты на этом уровне редко оказываются возможными, а прямые наблюдения затруднены, так что выводы нам приходится делать в основном по косвенным признакам. Люди, настроенные против науки, часто указывают на эту особенность как на определенного рода слабость. На самом же деле одной из самых сильных сторон науки является ее способность делать выводы о тех вещах, которые мы не можем непосредственно наблюдать, по тем, которые мы наблюдать можем. Существование атомов было точно установлено задолго до того, как новые хитроумные микроскопы позволили нам их увидеть, но даже здесь «видение» зависит от целой серии логических умозаключений о том, как формируются интересующие нас изображения.

Математика — мощный механизм умозаключений, позволяющий нам выводить *следствия* из альтернативных гипотез при помощи логических рассуждений и выводов. В сочетании с ядерной физикой, которая сама по себе очень математична, она помогает объяснить динамику звезд, включая и многообразие их типов, и различия в химическом и ядерном составе, и закрученные магнитные поля,

и темные солнечные пятна. Математика позволяет понять стремление звезд объединяться в огромные галактики, разделенные еще более огромными промежутками пустоты, и объясняет, почему галактики обладают такими любопытными формами. Она рассказывает нам, почему галактики объединяются в скопления галактик, разделенные еще более огромными промежутками.

Существует еще более крупный масштаб, соответствующий Вселенной как целому. Это владения космологии. Здесь источником рационального вдохновения для человечества служит почти исключительно математика. Мы можем наблюдать некоторые свойства Вселенной, но мы, безусловно, не можем ставить эксперименты со Вселенной как с целым. Математика помогает нам интерпретировать наблюдения и позволяет сравнивать альтернативные теории по принципу «А что, если...?». Но даже здесь путь начался ближе к дому. На смену Ньютоновой физике пришла общая теория относительности Альберта Эйнштейна, в которой силу гравитационного притяжения заменила кривизна пространства-времени. Древние геометры и философы одобрили бы такой подход: динамику удалось свести к геометрии. Эйнштейн успел увидеть подтверждение своих теорий: в одном случае он обосновал известное, но непонятное ранее изменение орбиты Меркурия, а в другом дал верный прогноз искривления луча света вблизи Солнца, которое удалось пронаблюдать во время солнечного затмения 1919 года. Но он не мог знать, что его теория приведет к открытию самых, наверное, причудливых объектов во всей Вселенной: черных дыр, настолько массивных\*, что даже свет не может убежать из их гравитационной ловушки.

---

\* Имеется в виду — для своего размера. — *Прим. ред.*



Он определенно не сумел разглядеть еще одно потенциальное следствие своей теории — Большой взрыв. Это предположение о том, что Вселенная возникла из одной точки в какой-то момент в отдаленном прошлом, около 13,8 миллиарда лет назад, по современным оценкам, в процессе, напоминающем гигантский взрыв. Но взорвалось при этом само пространство-время, а не что-то другое в пространстве-времени. Первым свидетельством в пользу данной теории стало открытие расширения Вселенной Эдвином Хабблом. Обрати все процессы назад во времени — и увидишь, как все схлопнется в точку, а теперь запусти время заново в обычном направлении, чтобы вновь оказаться здесь и сейчас.

Эйнштейн сетовал на то, что мог бы предсказать это, если бы до конца верил своим собственным уравнениям. Вот почему мы можем уверенно говорить о том, что ничего подобного он не ожидал.

В науке новые ответы открывают новые загадки. Одна из крупнейших загадок нашего времени — темная материя, или скрытая масса: совершенно новый тип вещества, без которого не получается примирить результаты наблюдений вращения галактик с нашими представлениями о гравитации. Однако все попытки отыскать-таки темную материю пока ни к чему не приводят. Более того, получается, что в первоначальную теорию Большого взрыва необходимо внести еще два дополнения, без которых осмыслить космос не удастся. Одно из этих дополнений — инфляция, то есть эффект, позволивший ранней Вселенной вырасти в неимоверное число раз за поистине крохотный промежуток времени. Без инфляции не получается объяснить, почему вещество распределено в современной Вселенной почти, но все же не совсем однородно. Другое

дополнение — темная энергия, то есть загадочная сила, заставляющая Вселенную расширяться все быстрее.

Большинство космологов признают Большой взрыв, но только при условии, что в котел теории добавляются еще три ингредиента — скрытая масса, инфляция и темная энергия. Однако, как мы увидим, каждый из этих *dei ex machina* — волшебных средств разрешения противоречий — приносит с собой целую кучу собственных тревожных проблем. Современная космология уже не кажется такой надежной, какой представлялась всего десятилетие назад, и не исключено, что в скором времени нас ждет революция.



Закон всемирного тяготения Ньютона не был первой математической закономерностью, которую удалось разглядеть в небесах, но он как бы кристаллизовал весь подход, не говоря уже о том, что позволил продвинуться гораздо дальше, чем удавалось прежде. Это главная тема «Математики космоса», ключевое открытие, лежащее в основе книги. Или немного подробнее: в движении и структуре как небесных, так и земных тел, от мельчайших пылевых частиц до Вселенной в целом существуют математические закономерности. Понимание этих закономерностей позволяет нам не только объяснять космос, но и исследовать и осваивать космос, использовать его, а также защищаться от него.

Можно сказать, что величайшим прорывом стало само понимание того, что закономерности *существуют*. После этого вы уже знаете, что нужно искать, и, хотя установить точные ответы может оказаться непросто, решение задач становится делом техники. Для этого часто приходится изобретать совершенно новые математические идеи

---

и концепции — я не утверждаю, что это просто или очевидно. Это долгая игра, она продолжается и сегодня.

Подход, который впервые применил Ньютон, положил начало стандартной процедуре. Как только новейшее открытие вылупляется из своей скорлупы, математики начинают размышлять, нельзя ли при помощи аналогичных идей решать другие задачи. Стремление к обобщению всего и вся имеет глубочайшие корни в математической душе. Бесплезно обвинять в этом Николая Бурбаки\* и «новую математику»: эта традиция восходит еще к Евклиду и Пифагору. Из этого стремления родилась математическая физика. Современники Ньютона, в основном в континентальной Европе, применили эти принципы, которые дотянулись до космоса, к объяснению природы, тепла, звука, света, упругости, а позже еще электричества и магнетизма. И стало еще более очевидно:

*В природе действуют законы.*

*Это математические законы.*

*Мы можем их найти.*

*Мы можем их использовать.*

Разумеется, все было не так просто.

---

\* Николая Бурбаки — коллективный псевдоним группы математиков переменного состава (преимущественно французов), образованной в 1935 году и написавшей большую серию книг, в которой авторы попытались заново сформулировать математику на общей и абстрактной основе. Эта работа принесла большую пользу в изучении математики, потому что унифицировала предмет, выделила базовые концепции и привела строгие доказательства. При этом аналогичная философия, получившая название «новая математика» и широко применяющаяся в преподавании школьной математики, не добилась особого успеха и оказалась по меньшей мере противоречивой.





## Притяжение на расстоянии

Макавити, Макавити, таинственный Макавити!  
Законы наши соблюдать его вы не заставите.  
Презрел он тяготения всемирного закон.

*Томас Стернс Элиот*

*«Учебник Старого Опоссума по котоведению»  
(Перевод С. Я. Маршака)*

### ПОЧЕМУ ПРЕДМЕТЫ ПАДАЮТ ВНИЗ?

Некоторые не падают. Среди них, очевидно, и Макавити. А также Солнце, Луна и почти все, что есть «там, на небесах». Хотя иногда с неба падают камни, и динозавры, к своему несчастью, убедились в этом. Здесь, на Земле, если уж вы хотите немного попридираться, летают насекомые, птицы и летучие мыши, но они не могут держаться в воздухе вечно. А все остальное неизменно падает — если, конечно, что-то не удерживает его вверху. Но те штуки, которые в небесах, ничто там не удерживает — и все же они не падают.

Кажется, что там, на небесах, все совершенно иначе, чем здесь, на земле.

Потребовалось озарение гения, чтобы понять, что земные объекты падают на Землю под действием той же самой

причины, которая удерживает небесные объекты наверху. Ньютон, как широко известно, сравнил падающее яблоко с Луной и понял, что Луна остается наверху, потому что она, в отличие от яблока, движется еще и *вбок*\*. На самом деле Луна непрерывно падает, но поверхность Земли уходит от нее с той же скоростью. Так что Луна может падать вечно, но при этом раз за разом огибать Землю, так никогда на нее и не упав.

Настоящая разница заключается не в том, что яблоки падают, а Луны — нет. Разница в том, что яблоки не движутся вбок достаточно быстро, чтобы пролететь мимо Земли.

Ньютон был математиком (а также физиком, химиком и мистиком), так что он немного посчитал, чтобы подтвердить свою радикальную мысль. Вычислил силы, которые

---

\* В 1726 году Ньютон провел вечер в Лондоне за ужином с Уильямом Стакли. В документе, сохранившемся в архивах Королевского общества и изложенном старинным вычурным слогом, Стакли писал: «После обеда, поскольку погода стояла теплая, мы вышли в сад и сели пить чай в тени какой-то яблони; только я и он. В ходе беседы он, помимо прочего, рассказал мне, что ситуация в точности похожа на ту, в которой он был, когда мысль о гравитации впервые пришла ему в голову. Почему яблоко всегда падает перпендикулярно земле, подумал он... Почему не в сторону и не вверх, а всегда стремится к центру Земли? Очевидно, причина состоит в том, что Земля притягивает его. Вещество должно обладать какой-то притягивающей силой. И сумма притягивающей силы вещества Земли должна находиться в центре Земли, а не где-нибудь сбоку. Итак, падает ли яблоко перпендикулярно или по направлению к центру? Если вещество таким образом притягивает вещество, то это должно происходить пропорционально количеству. Следовательно, яблоко притягивает Землю, точно так же, как Земля притягивает яблоко».

Другие источники тоже подтверждают, что Ньютон рассказывал эту историю, но все это, разумеется, не доказывает ее истинности. Ньютон мог специально ее придумать, чтобы проще было объяснять его идеи. Говорят, что яблоня, с которой упало пресловутое яблоко, сохранилась до сего дня — это яблоня сорта Flower of Kent в усадьбе Вулсторп-мэнор.

должны действовать на яблоко и на Луну, чтобы те двигались по своим разным маршрутам. С учетом различия в массах этих объектов силы оказались одинаковыми. Это убедило Ньютона в том, что Земля, должно быть, притягивает к себе и яблоко, и Луну. Было естественно предположить, что притяжение того же типа действует в любой паре объектов: хоть земных, хоть небесных. Ньютон выразил эти силы притяжения математическим уравнением, сформулировав закон природы.

Одно из замечательных следствий из этого закона состоит в том, что не только Земля притягивает яблоко: яблоко тоже притягивает Землю. И Луну, и все остальные объекты во Вселенной. Но действие яблока на Землю слишком мало, чтобы его можно было измерить, в отличие от действия Земли на яблоко.

Это открытие стало гигантским успехом, глубоким и отчетливым связующим звеном между математикой и миром природы. У него есть и еще одно важное следствие, которое легко пропустить среди математических терминов и деталей: невзирая на внешнее несходство, «там, на небесах» в некоторых жизненно важных отношениях все обстоит точно так же, как «здесь, на земле». Законы там и там действуют одинаковые. Различается только контекст их приложения.

Мы называем загадочную Ньютонову силу гравитацией или тяготением. Мы умеем рассчитывать ее действие с величайшей точностью. И мы по-прежнему не понимаем ее.



Долгое время нам казалось, что мы ее понимаем. Около 350 года до нашей эры греческий философ Аристотель дал простое объяснение тому, что все предметы падают вниз:

они просто стремятся к своему естественному местоположению.

Чтобы избежать в рассуждениях замкнутого круга, он объяснил также, что значит «естественный». Аристотель полагал, что все на свете состоит из четырех базовых элементов: земли, воды, воздуха и огня. Естественное местоположение земли и воды находится в центре Вселенной, который, разумеется, совпадает с центром Земли. Это доказывается тем, что Земля не движется: мы живем на ней и, конечно, заметили бы, если бы она двигалась. Поскольку земля тяжелее воды (она ведь тонет, верно?), самые нижние уровни заняты землей и представляют собой шар. Далее идет сферическая оболочка из воды, затем — тоже сферическая оболочка из воздуха (воздух легче воды: пузырьки воздуха всплывают). Выше воздуха, но ниже небесной сферы, несущей на себе Луну, располагается царство огня. Все остальные тела имеют тенденцию подниматься или падать в зависимости от соотношения в них этих четырех элементов.

Эта теория привела Аристотеля к утверждению о том, что скорость падающего тела пропорциональна его весу (перья падают медленнее, чем камни) и обратно пропорциональна плотности окружающей среды (камни быстрее падают в воздухе, чем в воде). Достигнув своего естественного местоположения, тело остается там и двигается лишь при приложении некоторой силы.

Как теория эта точка зрения не так уж плоха. В частности, она вполне соответствует повседневному опыту. Сейчас, когда я пишу эту книгу, на моем столе лежит первое издание романа «Трипланетие» (Triplanetary), который цитируется в эпиграфе ко второй главе. Если я не буду его трогать, то книга останется на месте и будет спокойно лежать.



Если я приложу силу — скажем, толкну эту книгу, — то она сдвинется на несколько сантиметров, замедляясь по ходу движения, и остановится.

Аристотель прав.

Так все и выглядело на протяжении почти двух тысяч лет. Аристотелева физика, несмотря на множество возражений, в целом принималась практически всеми интеллектуалами до конца XVI столетия. Исключением был арабский ученый аль-Хасан ибн аль-Хайсам (Альхазен), который в XI веке выступал против воззрений Аристотеля из геометрических соображений. Но даже сегодня Аристотелева физика точнее отвечает нашим интуитивным представлениям, чем пришедшие ей на смену идеи Галилея и Ньютона.

С современной точки зрения в теории Аристотеля есть несколько крупных пробелов. Один из них — вес. Почему перо легче камня? Еще один пробел — трение. Предположим, я положил бы мой экземпляр «Трипланетия» на лед катка и дал ему такой же толчок. Что произошло бы? Книга уехала бы дальше — и еще дальше, если бы я приладил к ней коньки. Трение заставляет тело двигаться медленнее в вязкой — клейкой — среде. Трение в повседневной жизни встречается на каждом шагу, и именно поэтому Аристотелева физика лучше отвечает нашим интуитивным представлениям, чем Галилеева и Ньютонова физика. В процессе эволюции наш мозг выработал внутреннюю модель движения, в которую уже встроено трение.

Сегодня мы знаем, что тело падает на Землю потому, что притягивается земным тяготением. Но что такое тяготение? Ньютон считал тяготение силой, но не объяснял, откуда эта сила берется и как возникает. Она просто *есть*. Она действует на расстоянии без всяких посредников. Как это происходит, он тоже не объясняет; она просто *действует*.

Эйнштейн заменил силу кривизной пространства-времени, сделав «действие на расстоянии» излишним, и записал в виде уравнений, как на эту кривизну влияет распределение вещества в пространстве, но и он не объяснил, почему кривизна ведет себя таким образом.

Человек научился рассчитывать некоторые аспекты космоса, к примеру вычислять времена затмений, за тысячи лет до того, как кто-либо понял, что гравитация существует. Но после того как роль гравитации была раскрыта, наши возможности в области космических вычислений многократно выросли. Третьей книге своих «Начал», в которой описывались законы движения и гравитации, Ньютон дал подзаголовок «О системе мира». Это было всего лишь небольшое преувеличение. Сила тяготения и то, как тела реагируют на силы, лежит в основе большинства космических вычислений. Поэтому, прежде чем мы перейдем к новейшим открытиям и поговорим, к примеру, о начале Вселенной или о том, как планеты, обладающие кольцами, порождают новые луны, нам полезно будет разобраться в некоторых базовых представлениях, связанных с гравитацией.



До изобретения уличного освещения Луна и звезды были так же хорошо знакомы большинству людей, как и близлежащие реки, деревья и горы. Когда заходило Солнце, появлялись звезды. Луна двигалась в собственном ритме и по собственному расписанию, иногда она появлялась в небесах среди бела дня и выглядела как бледный призрак, но по ночам светила намного ярче. Тем не менее закономерности в ее движении тоже присутствовали. Всякий, кто наблюдал бы Луну хотя бы между делом на протяжении

нескольких месяцев, скоро заметил бы, что она следует регулярному ритму и каждые 29 дней меняет форму с тонкого полумесяца до полного диска и обратно. Кроме того, она заметно сдвигается от ночи к ночи, проходя по небу одним и тем же повторяющимся из раза в раз замкнутым маршрутом.

У звезд также есть собственный ритм. Один раз в сутки они обходят вокруг некоторой фиксированной точки в небесах, как будто они нарисованы на внутренней стороне медленно вращающейся чаши. В книге «Бытие» говорится о небесной тверди; в переводе с еврейского «твердь» означает «чаша».

Если наблюдать небо на протяжении нескольких месяцев, становится очевидным также, что пять звезд, включая некоторые из самых ярких на небе, не вращаются подобно большинству «фиксированных», или неподвижных, звезд. Они не закреплены на чаше, а медленно ползут по ней. Греки связывали эти блуждающие световые точки с Гермесом (посланцем богов), Афродитой (богиней любви), Аресом (богом войны), Зевсом (царем всех богов) и Кроносом (богом земледелия). Соответствующие римские божества дали им их нынешние названия: Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн. Греки назвали эти блуждающие звезды *planetes*, то есть «странники», отсюда произошло современное слово «планеты». Сегодня мы знаем еще три планеты: это сама Земля, Уран и Нептун. Пути планет на небе выглядели странно и казались непредсказуемыми. Некоторые из них двигались относительно быстро, другие медленнее. Некоторые даже возвращались по своим следам и за несколько месяцев описывали на небе замкнутую петлю.

В большинстве своем люди просто принимали окружающую их действительность такой, какая она есть, точно

так же, как принимали существование рек, деревьев и гор и считали небесные огоньки небесными огоньками. Но некоторые задавали вопросы: что представляют собой эти огоньки? Откуда они на небе? Как и почему они движутся? Почему одни огоньки движутся по правилам, а другие их нарушают?

Шумеры и вавилоняне собрали основные наблюдательные данные. Они записывали их на глиняных табличках так называемой клинописью — особыми знаками, напоминающими по форме клин. Среди найденных археологами вавилонских табличек имеются звездные каталоги, где записано положение звезд на небе; они датируются приблизительно 1200 годом до нашей эры, но, вероятно, являются копиями еще более ранних шумерских табличек. Греческие философы и геометры, продолжавшие дело шумеров и вавилонян, лучше своих предшественников сознавали необходимость логики, доказательств и теории. Они во всем искали закономерности; последователи пифагорейского культа довели этот принцип до крайности: они верили, что Вселенной правят числа. Сегодня большинство ученых согласились бы с ними, но не в деталях.

Наибольшее влияние на астрономическое мышление позднейших поколений оказал Клавдий Птолемей — греческий геометр, астроном и географ. Его самая ранняя работа известна как «Альмагест» — по арабскому сокращению оригинального названия, которое сперва звучало как «Математическое собрание», затем превратилось в «Великое собрание», а затем в просто в *al-majisti* — «величайшее». В «Альмагесте» была представлена законченная теория планетарного движения, основанная на наиболее совершенных, по мнению греков, геометрических фигурах — окружностях и сферах.

На самом деле планеты движутся не по окружностям. Это заявление не удивило бы вавилонян, потому что движение по окружностям не соответствовало их таблицам. Греки пошли дальше и задались вопросом: а что же им соответствует? Ответ Птолемея был таков: сочетания окружностей, поддерживаемых сферами. Внутренняя сфера — «деферент» — строится вокруг Земли, которая и является ее центром. Ось второй сферы — «эпицикла» — закреплена слегка внутри первой. Каждая пара сфер самостоятельна и не связана с остальными. Идея сама по себе не новая. Дважды столетиями ранее Аристотель, опираясь на еще более ранние идеи того же рода, предложил сложную систему из 55 концентрических сфер, в которой ось каждой сферы закреплена на ближайшей к ней внутренней сфере. В модификации Птолемея сфер было меньше, да и система работала точнее, но по-прежнему оставалась довольно сложной. И обе системы заставляли думать о том, существуют ли все эти сферы в реальности, или являются просто удобной выдумкой, или на самом деле происходит что-то совершенно иное.



Следующую тысячу лет, а то и больше, Европа все свое внимание посвящала вопросам теологическим и философским, а представления о мире природы черпала в основном из трудов Аристотеля, созданных примерно за 350 лет до Рождества Христова. Вселенная считалась геоцентрической, и все в ней вращалось вокруг неподвижной Земли. Факел исследований в астрономии и математике переместился в арабский мир, в Индию и Китай. Однако с зарей итальянского Возрождения этот факел вновь был передан в Европу. После этого ведущие роли в развитии астрономического

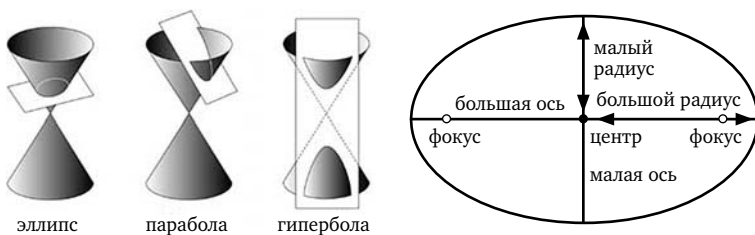
знания сыграли три гиганта науки: Галилей, Кеплер и Ньютон, а группа поддержки у них была поистине громадной.

Галилей знаменит тем, что усовершенствовал телескоп и обнаружил с его помощью, что на Солнце есть пятна, у Юпитера есть (по крайней мере) четыре луны, Венера проходит такие же фазы, как Луна, а Сатурн выглядит как-то странно — позже странности его внешнего вида получили объяснения в виде системы колец. Полученные данные заставили его отвергнуть геоцентрическую теорию и принять соперничающую с ней гелиоцентрическую теорию Николая Коперника, в которой планеты и Земля вращаются вокруг Солнца; из-за этого у Галилея возникли проблемы с римско-католической церковью. Но он также сделал на первый взгляд более скромное, но в конечном итоге более важное открытие: открыл математическую закономерность в движении таких объектов, как пушечные ядра. Здесь, на Земле, свободно движущееся тело либо ускоряется (при падении), либо замедляется (при подъеме) на величину, одинаковую за фиксированный, *небольшой* отрезок времени. Короче говоря, ускорение тела постоянно. Поскольку точных часов в его распоряжении не было, Галилей наблюдал эти эффекты, катая шары по слегка наклонным желобам.

Еще одна ключевая фигура того времени — Кеплер. Его учитель и начальник Тихо Браге в свое время провел очень точные измерения положения Марса. После смерти Тихо Кеплер унаследовал не только его положение придворного астронома при императоре Священной Римской империи Рудольфе II, но и продолжил наблюдения и занялся вычислением точной формы орбиты Марса. После 50 неудачных попыток он рассчитал, что орбита имеет форму эллипса, то есть овала, напоминающего слегка сплюснутую окружность. При этом Солнце находится в особой точке этого эллипса — в его фокусе.

Древнегреческие геометры знали эллипсы и определяли их как сечение конуса плоскостью. В зависимости от наклона плоскости относительно оси конуса «конические сечения» включают в себя окружности, эллипсы, параболы и гиперболы.

Когда планета движется по эллипсу, расстояние от нее до Солнца меняется. Приближаясь к Солнцу, планета ускоряется; удаляясь от Солнца, замедляется. Немного удивительно, что все эти эффекты в сумме умудряются создать орбиту в точности одинаковую по форме с обеих сторон. Кеплер этого не ожидал, и его долгое время преследовала мысль, что эллипс в ответе, должно быть, получился по ошибке.



Слева: конические сечения.

Справа: основные характеристики эллипса

Форма и размер эллипса определяются двумя длинами: длиной большой оси, представляющей собой самый длинный отрезок прямой, соединяющий две точки на эллипсе, и длиной малой оси, которая перпендикулярна большой. Окружность — это разновидность эллипса, для которой две указанные длины равны; в этом случае они обе равны диаметру окружности. В астрономии радиус считается более удобной мерой. Так, радиус круговой орбиты равен расстоянию от планеты до Солнца и соответствующие величины